Simbología matemática en LaTeX

Módulo 6: Álgebra lineal (matrices)

Erick Rafael Jaimes Cervantes

Bajo la supervisión de: Leonardo Ignacio Martínez Sandoval

2024

Trabajo realizado con el apoyo del Programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE104724
«Hacia una modalidad a distancia de la Licenciatura en Matemáticas de la FC-UNAM - Etapa Final»

Lista de Símbolos [1]

- `\alpha` : α
- `\beta` : β
- `\gamma` : γ
- `\delta` : δ
- `\epsilon` : ϵ
- `\zeta` : ζ
- `\eta` : η
- `\theta` : θ
- `\iota` : ι
- `\kappa` : κ
- `\lambda` : λ
- `\mu` : μ
- `\nu` : ν
- `\xi` : ξ
- `\pi` : π
- `\rho` : ρ
- `\sigma` : σ
- `\tau` : τ
- `\upsilon` : υ
- `\phi` : ϕ
- `\chi` : χ
- `\psi` : ψ
- `\omega` : ω
- `\varepsilon` : ε
- `\varphi` : φ
- `\vartheta` : ϑ
- `\varrho` : ϱ
- `\varsigma` : ς
- `\varkappa` : $\varkappa$
- `\Gamma` : Γ
- `\Delta` : Δ
- `\Theta` : Θ
- `\Lambda` : Λ
- `\Xi` : Ξ
- `\Pi` : Π
- `\Sigma` : Σ
- `\Upsilon` : Υ
- `\Phi` : Φ
- `\Psi` : Ψ
- `\Omega` : Ω

[1] Nota: Los símbolos deben usarse en modo matemático y algunos requieren de bibliotecas específicas. Sin embargo la mayoría se encuentran en los paquetes amsmath o amssymb.

Matrices

En Latex existen dos maneras de crear matrices: La más sencilla es usando la paquetería, que ya se ha recomendado usar por defecto, 'amsmath' ya que tiene entornos específicos para crear matrices (*matrix*) y la otra forma es mediante el entorno 'array'.

Antes de comenzar con el uso de matrices en latex y puesto que en álgebra lineal es común usar el alfabeto griego, es un momento idóneo para agregar estos símbolos que no requieren otra paquetería. El comando que requieren será el nombre de la letra. Por ejemplo, para alpha usamos `\alpha` que nos dará α. [2]

Entorno matrix

Para poder utilizarlo se usa, como ya se mencionó, la paquetería 'amsmath' y es necesario hacerlo dentro del modo matemático de la siguiente manera:

```
$$\begin{matrix}
    1 & 2 & 3 & 4 \\
    \alpha & \beta & \gamma & \delta \\
    0 & 0 & 0 & 0 \\
    a & b & c & d
\end{matrix}$$
```

Que nos dará como resultado:

$$\begin{matrix}
1 & 2 & 3 & 4 \\
\alpha & \beta & \gamma & \delta \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
a & b & c & d
\end{matrix}$$

Es importante observar que no es necesario usar el símbolo monetario para los comandos dentro del entorno pues este ya se encuentra en modo matemático. Por otra parte, la sintaxis es similar a la del entorno 'tabular', que se vio en módulos pasados, con la diferencia de que no podemos usar texto ni establecer la posición del texto en las columnas.

El entorno matrix tiene seis variantes:

- **matrix**: Que genera un arreglo sin ningún tipo de paréntesis.
- **pmatrix**: Que genera un arreglo entre paréntesis.
- **bmatrix**: Que genera un arreglo entre corchetes.
- **Bmatrix**: Que genera un arreglo entre llaves.
- **vmatrix**: Que genera un arreglo entre plecas.
- **Vmatrix**: Que genera un arreglo entre dobles plecas.

[2] En la lista de símbolos se dejará el alfabeto griego para ver los demás comandos.

Ejemplo de 'matrix': $\begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix}$

Ejemplo de 'pmatrix': $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Ejemplo de 'bmatrix': $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

Ejemplo de 'Bmatrix': $\begin{Bmatrix} a & b \\ c & d \end{Bmatrix}$

Ejemplo de 'vmatrix': $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

Ejemplo de 'Vmatrix': $\begin{Vmatrix} a & b \\ c & d \end{Vmatrix}$

Una alternativa es solo usar 'matrix' y usar los comandos `\left \right` junto al símbolo de paréntesis requerido, por ejemplo:

```
$$\left[ \begin{matrix}
   a & b & c \\
   1 & 2 & 3 \\
   x & y & z
\end{matrix} \right\}$$
```

Que da como resultado:

$$\left[\begin{matrix} a & b & c \\ 1 & 2 & 3 \\ x & y & z \end{matrix} \right\}$$

El cual tiene la ventaja de que podemos usar combinaciones de paréntesis.

Finalmente, si buscamos crear matrices en las líneas del texto. Se usa el entorno **'smallmatrix'**. Por ejemplo:

"La matriz $A = \left(\begin{smallmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{smallmatrix} \right)$ es invertible pues $\det(A) = \left| \begin{smallmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{smallmatrix} \right| = 5-4=1 \neq 0$."

Que en código se ve de la siguiente manera:

```
``La matriz $ A =
\left( \begin{smallmatrix}
   5 & 2 \\
   2 & 1
\end{smallmatrix} \right)$ es invertible pues $\det(A) =
\left| \begin{smallmatrix}
    5 & 2 \\
   2 & 1
\end{smallmatrix} \right|
= 5-4=1 \neq 0 $.''
```

Notemos que su sintaxis es igual al entorno 'matrix' pero sin usar dobles signos monetarios.

Entorno Array

El entorno anterior tiene la ventaja de ser muy simple pero no nos permite agregar lineas verticales entre columnas, como cuando se representa una matriz aumentada en el método de Gauss-Jordan. Sin embargo, tenemos un entorno más sofisticado llamado "**array**". Su sintaxis es exactamente igual a el entorno 'tabular', visto en módulos pasados, con la diferencia que array funciona en modo matemático y el otro en modo texto.

Por ejemplo, tomaremos la matriz aumentada de A con la identidad, con A del ejemplo de la parte final de la sección anterior.

$$\left(\begin{array}{cc|cc}
5 & 2 & 1 & 0 \\
2 & 1 & 0 & 1
\end{array} \right)$$

Que en código se ve:

```
$$ \left(\begin{array}{cc|cc}
5 & 2 & 1 & 0 \\
2 & 1 & 0 & 1
\end{array} \right)$$
```

Notemos que igual que con 'tabular', las columnas se pueden justificar a la derecha, izquierda o centradas y que usando las plecas, generamos una separación entre ellas.

También podemos generar tablas en modo matemático con el entorno array con ayuda del comando `\hline`, por ejemplo, para hacer un cuadro mágico de $3x3$ escribimos el código:

```
$$\begin{array}{|c|c|c|}
    \hline
     2& 9 & 4 \\ \hline
     7 & 5 & 3 \\ \hline
     6 & 1 & 8 \\ \hline
  \end{array} $$
```

Y obtendremos:

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Aplicaciones con matrices

A continuación veremos un ejemplo donde se puede utilizar lo aprendido en este módulo.

Sea $T : \mathcal{R} \to \mathcal{R}$ tal que $T = (x, x-y, z)$ una transformación lineal. Obtener su matriz asociada A respecto a la base canónica, verificar que $\det(A) \neq 0$ y obtener T^{-1} a partir de A^{-1}.

Sol.

Primero veamos el valor de la transformación en los vectores de la base canónica:

$$T(1,0,0) = (1,1,0)$$

$$T(0,1,0) = (0,-1,0)$$

$$T(0,0,1) = (0,0,1)$$

Cada vector corresponde a las columnas, por lo que la matriz A está dada por:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ahora vamos a calcular el determinante de A, tomando la fila 1 pues dos de sus entradas son cero y eso facilita el calculo:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1 \cdot 1 - 0 \cdot 0) = 1 \cdot (-1) = -1$$

$$\therefore \det(A) = -1 \quad \Rightarrow A \text{ es invertible.}$$

Ahora vamos a calcular su inversa usando gauss-jordan:

Extendemos la matriz con la identidad por la derecha y restamos la fila 1 a la fila 2:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad F_2 - F_1 \to F_2 \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Multiplicamos la fila 2 por -1:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (-1) \cdot F_2 \to F_2 \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Como ya se obtuvo una matriz identidad del lado izquierdo, entonces:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Por lo que la transformación:

$$T^{-1} = A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = (x, x-y, z)$$

$$\therefore T^{-1} = (x, x-y, z)$$

Código de la solución a la aplicación:

```
    Primero veamos el valor de la transformación en los vectores de la base canónica:

$$T(1,0,0) = (1,1,0)$$

$$T(0,1,0) =(0,-1,0)$$

$$T(0,0,1)=(0,0,1)$$

Cada vector corresponde a las columnas, por lo que la matriz $A$ está dada por:

$$
A = \begin{pmatrix}
     1 &  0 & 0 \\
     1 & -1 & 0 \\
     0 &  0 & 1
\end{pmatrix}
$$
Ahora vamos a calcular el determinante de A, tomando la fila 1 pues dos de sus entradas
son cero y eso facilita el calculo:
$$ \left|
\begin{matrix}
     1 &  0 & 0 \\
     1 & -1 & 0 \\
     0 &  0 & 1
\end{matrix}
 \right| = 1\cdot(-1 \cdot1 - 0\cdot0) =1\cdot(-1) = -1$$

 $$\therefore \det(A) = -1 \quad \Rightarrow A \ \text{es invertible.}$$

Ahora vamos a calcular su inversa usando gauss-jordan:

Extendemos la matriz con la identidad por la derecha y restamos la fila 1 a la fila 2:
$$ \left( \begin{array}{ccc|ccc}
    1 & 0& 0& 1& 0& 0  \\
     1& -1& 0& 0& 1& 0  \\
     0& 0& 1& 0&  0& 1
\end{array} \right) \quad F_2 -F_1 \rightarrow F_2 \quad
\left( \begin{array}{ccc|ccc}
    1 & 0& 0& 1& 0& 0  \\
     0& -1& 0& -1& 1& 0  \\
     0& 0& 1& 0&  0& 1
\end{array} \right) $$

Multiplicamos la fila 2 por $-1$:
$$\left( \begin{array}{ccc|ccc}
```

```
    1 & 0& 0& 1& 0& 0  \\
     0& -1& 0& -1& 1& 0  \\
     0& 0& 1& 0&  0& 1
\end{array} \right) \quad (-1)\cdot F_{2} \rightarrow F_{2} \quad
\left( \begin{array}{ccc|ccc}
    1 & 0& 0& 1& 0& 0  \\
     0& 1& 0& 1& -1& 0  \\
     0& 0& 1& 0&  0& 1
\end{array} \right)$$

Como ya se obtuvo una matriz identidad del lado izquierdo, entonces:

$$ A^{-1} = \left(
\begin{array}{ccc}
     1&  0 & 0  \\
     1& -1 & 0  \\
     0&  0 & 1
\end{array}
\right)$$

Por lo que la transformación:

$$ T^{-1} = A^{-1} = \left(
\begin{array}{ccc}
     1&  0 & 0  \\
     1& -1 & 0  \\
     0&  0 & 1
\end{array}
\right)
\left( \begin{array}{c}
    x \\
    y  \\
    z
\end{array}
\right) = (x,x-y,z) $$

$$\therefore T^{-1} = (x,x-y,z)$$
```