



SIMBOLOGÍA MATEMÁTICA EN $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$

Módulo 4: Conjuntos y lógica (simbología y tablas)

Erick Rafael Jaimes Cervantes

Bajo la supervisión de: Leonardo Ignacio Martínez Sandoval

2024

Trabajo realizado con el apoyo del Programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE104724
«Hacia una modalidad a distancia de la Licenciatura en Matemáticas de la FC-UNAM - Etapa Final»

Lista de Símbolos ¹

- `\neg` : \neg
- `\sim` : \sim
- `\wedge` : \wedge
- `\vee` : \vee
- `\rightarrow` : \rightarrow
- `\leftarrow` : \leftarrow
- `\Rightarrow` : \Rightarrow
- `\Leftarrow` : \Leftarrow
- `\leftrightarrow` : \leftrightarrow
- `\Leftrightarrow` : \Leftrightarrow
- `\forall` : \forall
- `\exists` : \exists
- `\nexists` : \nexists
- `\exists!` : $\exists!$
- `\in` : \in
- `\ni` : \ni
- `\notin` : \notin
- `\subseteq` : \subseteq
- `\subset` : \subset
- `\subsetneq` : \subsetneq
- `\supseteq` : \supseteq
- `\supset` : \supset
- `\supsetneq` : \supsetneq
- `\nsubseteq` : \nsubseteq
- `\nsupseteq` : \nsupseteq

¹Nota: Los símbolos deben usarse en modo matemático y algunos requieren de bibliotecas específicas. Sin embargo la mayoría se encuentran en los paquetes `amsmath` o `amssymb`.

Introducción

Es momento de comenzar a trabajar con la simbología de LaTeX aplicada a distintas ramas de las matemáticas con motivo de que al estudiante se le aminores las dificultades al realizar sus tareas o trabajos para entregar. Cabe destacar que no se profundizará en ningún tema matemático pues el objetivo de este curso es el manejo de LaTeX.

En este módulo nos enfocaremos a la simbología usada en conjuntos y lógica ya que es esencial para casi cualquier otra rama de las matemáticas. Además, se aprovechará para ver el uso de tablas.

Símbolos

Se ha enfatizado mucho sobre la ventaja de Latex al usar distinta simbología matemática y para hacer uso de ella es necesaria la barra invertida `\` y generalmente entrar en modo matemático.

Algunas veces será necesario buscar paqueterías para poder utilizar algunos símbolos en específico. De las más utilizadas son `'amssmath'` y `'amssymb'` pues contienen una gran cantidad de símbolos que son usados frecuentemente en las matemáticas a nivel licenciatura.

Tablas

Las tablas son una gran herramienta para organizar información. Para poder crearlas es necesario llamar al entorno `'tabular'` de la siguiente manera para hacer una tabla de 2×2 :

```
\begin{tabular}{|c|c|}
\hline
texto 1 & texto 2 \\ \hline
texto 3 & texto 4 \\ \hline
\end{tabular}
```

Por defecto, la tabla estará justificada como el documento:

texto 1	texto 2
texto 3	texto 4

Por lo que podemos usar el entorno `'center'` para poder centrarla, entonces agregando el entorno:

```
\begin{center}
\begin{tabular}{|c|c|}
\hline
texto 1 & texto 2 \\ \hline
texto 3 & texto 4 \\ \hline
\end{tabular}
\end{center}
```

Nos dará como resultado:

texto 1	texto 2
texto 3	texto 4

Regresando al entorno ‘tabular’, en las opciones de este $\{c|c\}$ cada letra representa la cantidad de columnas y la barra vertical $|$ una línea de separación. La letra **c** ajusta el texto dentro de la caja en el centro, para ajustarla a la izquierda usamos la letra **l** y para la derecha la letra **r**. Si omitimos alguna barra vertical, no se creará una separación visible entre columnas.

El símbolo de ampersand ‘&’ sirve para diferenciar las columnas. En el ejemplo anterior solo se usa uno pues solo tenemos dos columnas, entonces, si tenemos una n cantidad de columnas, se deben usar $n - 1$ símbolos ‘&’ para separarlas. Es importante respetar esa relación pues en caso contrario nos puede generar errores al momento de compilar.

La cantidad de filas es determinada por dobles barras invertidas ‘\\’ que van al final de cada línea como se ve en el ejemplo anterior. Por defecto, el entorno tabular no crea separación visible entre filas por lo que el comando `\hline` crea una barra horizontal para separarlas. Este debe ir ubicado después de las barras invertidas y crea la línea de separación en la parte de abajo de la fila. Para colocar la barra arriba de la tabla se usa antes de las líneas de texto de las tablas.

Ahora un ejemplo de una tabla de 4×3 aplicando lo antes mencionado:

```
\begin{tabular}{c|c|c}
  1 & 2 & 3\\ \hline
  1 & 2 & 3\\
  1 & 2 & 3\\ \hline
  1 & 2 & 3\\
\end{tabular}
```

Que da como resultado:

columna 1	columna 2	columna 3
1	2	3
1	2	3
1	2	3

Como se puede observar al no usar la barra vertical no agrega la línea de separación de columnas, y si no se usa el comando `\hline` no crea divisiones horizontales. También al poner **l**, en la primera entrada, ajusta el texto a la izquierda, con **c** al centro y **r** a la derecha.

Combinar celdas

A veces es necesario combinar celdas y para ello será necesario usar el comando:

```
\multicolumn{#columnas} {justificación y línea de separación}{texto}
```

Donde en la primera entrada va la cantidad de columnas que se van a combinar, en la segunda el tipo de justificación que llevarán y si se usarán separaciones, y en la tercera el texto que ira en las celdas combinadas. Por ejemplo:

```

\begin{tabular}{|c|c|c|c|}
\hline
\multicolumn{4}{|c|}{Combinación de 4 celdas} \\ \hline
texto & \multicolumn{3}{|r|}{Combinación de 3 celdas} \\ \hline
\multicolumn{2}{|c|}{Combinación de 2 celdas} & texto & texto \\ \hline
texto & texto & texto & texto \\ \hline
\end{tabular}

```

Dando como resultado:

Combinación de 4 celdas			
texto	Combinación de 3 celdas		
Combinación de 2 celdas		texto	texto
texto	texto	texto	texto

Es importante observar que al combinar celdas se verá reducida la cantidad de ‘&’ pues en la fila 1 al combinar las cuatro columnas ya no es necesario hacer la separación, o en la tercera al combinar dos celdas en esa fila ahora solo hay tres columnas y por lo tanto solo se usan dos separaciones.

Entorno ‘table’

Si se busca cambiar la posición de la tabla, referenciarla o agregar una descripción y para ello se ocupa el entorno ‘table’:

```

\begin{table}[h]
\centering
\begin{tabular}{|c|c|}
\hline
\end{tabular}
\caption{Tabla ejemplo }
\label{tab: ejemplo}
\end{table}

```

Dando como resultado:

texto 1	texto 2
texto 3	texto 4

Cuadro 1: Tabla ejemplo.

Entre los corchetes del entorno va la posición de la tabla de las cuales hay cuatro opciones: **h** que trata de poner la tabla en la posición que se coloca en el código, **t** que la coloca al inicio de la página, **b** que la coloca al final de la página y **p** que agrega una nueva página donde colocará la tabla.

Además aparecen tres nuevos comandos: `\centering` una alternativa al entorno ‘center’ que se puede usar dentro de ‘table’, `\caption{}` que permitirá agregar una descripción de la tabla y `\label{}` que etiquetará a la tabla para poder referenciarla. Es recomendable al etiquetar algo con el comando ‘label’

diferenciar el tipo de elemento que es, por ejemplo, en este caso agregar al principio de la etiqueta ‘tab:’ o en caso de una figura ‘fig:’.

Para poder referenciar elementos etiquetados con ‘label’ usamos el comando `\ref{}`. Un ejemplo de su uso:

```
... como puede observarse en el cuadro \ref{tab: ejemplo} cada una de las celdas contiene la palabra texto ...
```

...como puede observarse en el cuadro 1 cada una de las celdas contiene la palabra texto ...

Redimensionar la tabla

Por último veremos como cambiar el tamaño de la tabla usando el entorno ‘resizebox’.

La estructura de este entorno es la siguiente:

```
\resizebox{ancho}{largo}{objeto a redimensionar}
```

Donde en la primera entrada va el ancho deseado, en la segunda el largo deseado y en el tercero el objeto que será redimensionado. Si ponemos un signo de admiración ! en una de las entradas, escalara automáticamente la otra entrada.

Por ejemplo:

```
\resizebox{10cm}{!}{
\begin{tabular}{|c|c|}
\hline
texto 1 & texto 2 \\ \hline
texto 3 & texto 4 \\ \hline
\end{tabular}
}
```

Que da por resultado:

texto 1	texto 2
texto 3	texto 4

Simbología en lógica y conjuntos y uso de tablas

Lógica

En Conjuntos y lógica se tratan los temas de lenguajes formales, proposiciones y pruebas. Para poder estudiar las matemáticas requerimos de dos lenguajes, el primero que es el idioma en el que nos comunicamos cómo personas, en nuestro caso el español, y otro que requiere de símbolos lógicos.

Una proposición es un enunciado que toma un valor de verdad: verdadero ó falso. Aquellas que estén escritas en el lenguaje no simbólico (lógicamente hablando) pueden ser traducidas a un lenguaje simbólico con variables y conectores.

Los principales símbolos son los conectores lógicos, los cuales son:

- Negación: Puede ser denotada por los símbolos \neg y \sim
- Conjunción: Que es denotada por el símbolo \wedge
- Disyunción: Que es denotada por el símbolo \vee
- Condición: Puede ser denotada por los símbolos \rightarrow y \Rightarrow
- Bicondición: Puede ser denotada por los símbolos \leftrightarrow y \Leftrightarrow

Podemos auxiliarnos del uso de las llamadas tabla de verdad para ver el valor de verdad que toman las proposiciones al usar los conectores. Además podremos aplicar lo aprendido sobre el entorno ‘tabular’.

Sean P y Q proposiciones. A continuación se mostrarán las tablas de verdad de estos conectores junto a su código para agregarlas:

Negación:

```
\begin{table}[h]
  \centering
  \begin{tabular}{|c|c|}
    \hline
    P &  $\neg$  P \\ \hline
    v & f \\ \hline
    f & v \\ \hline
  \end{tabular}
  \caption{Tabla de verdad de la negación}
  \label{tab:tabla_negacion}
\end{table}
```

P	\neg P
v	f
f	v

Cuadro 2: Tabla de verdad de la negación

Conjunción:

```
\begin{table}[h]
  \centering
  \begin{tabular}{|c|c|c|}
    \hline
    P & Q &  $P \wedge Q$  \\ \hline
    v & v & v \\ \hline
  \end{tabular}
\end{table}
```

```

    v & f & f \\ \hline
    f & v & f \\ \hline
    f & f & f \\ \hline
\end{tabular}
\caption{Tabla de verdad de la conjunción}
\label{tab:tabla_conjunción}
\end{table}

```

P	Q	$P \wedge Q$
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	f

Cuadro 3: Tabla de verdad de la conjunción

Disyunción:

```

\begin{table}[h]
\centering
\begin{tabular}{|c|c|c|}
\hline
P & Q & $P \vee Q$ \\ \hline
v & v & v \\ \hline
v & f & v \\ \hline
f & v & v \\ \hline
f & f & f \\ \hline
\end{tabular}
\caption{Tabla de verdad de la disyunción}
\label{tab:tabla_disyunción}
\end{table}

```

P	Q	$P \vee Q$
v	v	v
v	f	v
f	v	v
f	f	f

Cuadro 4: Tabla de verdad de la disyunción

Condición:

```

\begin{table}[h]
\centering
\begin{tabular}{|c|c|c|}
\hline

```



```

P & Q & $P \rightarrow Q$ \\ \hline
v & v & v \\ \hline
v & f & f \\ \hline
f & v & v \\ \hline
f & f & v \\ \hline
\end{tabular}
\caption{Tabla de verdad de la condición}
\label{tab:tabla_condición}
\end{table}

```

P	Q	$P \rightarrow Q$
v	v	v
v	f	f
f	v	v
f	f	v

Cuadro 5: Tabla de verdad de la condición

Bicondicción:

```

\begin{table}[h]
\centering
\begin{tabular}{|c|c|c|}
\hline
P & Q & $P \leftrightarrow Q$ \\ \hline
v & v & v \\ \hline
v & f & f \\ \hline
f & v & f \\ \hline
f & f & v \\ \hline
\end{tabular}
\caption{Tabla de verdad de la bicondicción}
\label{tab:tabla_bicondicción}
\end{table}

```

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	v

Cuadro 6: Tabla de verdad de la bicondicción

Conjuntos

Ahora vamos a extender nuestro repertorio de símbolos viendo algunos ejemplos en conjuntos.

Cuantificadores

Para extender nuestro lenguaje es necesario agregar nuevos símbolos llamados cuantificadores. Estos nos indica una cantidad de elementos que cumplen cierta propiedad.

A continuación se muestran los cuantificadores:

- ‘Para todo elemento...’ cuyo símbolo es \forall
- ‘Existe un elemento...’ cuyo símbolo es \exists
- ‘No existe un elemento...’ cuyo símbolo es \nexists
- ‘Existe un único elemento...’ cuyo símbolo es $\exists!$

Por ejemplo, las siguientes frases se pueden traducir:

- Todo número mayor que cero es positivo.
 $\forall x$ (si x es mayor que cero entonces x es positivo).
- Al menos existe un número racional entre 0 y 1.
 $\exists x$ (x es racional, que es mayor que cero y menor que uno).
- Existe un único número que es par y primo.
 $\exists!x$ (x es par y primo).
- No existe un número que sea positivo y negativo.
 $\nexists x$ (x es mayor que cero y menor que cero).

Pertenencia y contención

Los ejemplos anteriores son ambiguos pues pueden ser falsos o verdaderos dependiendo del conjunto en el que se está trabajando por lo que es necesario mencionar la pertenencia en un conjunto denotada por el símbolo \in o \ni . Por ejemplo, si $A = \{\text{el conjunto de las letras del abecedario español}\}$, sabemos que:

$$h \in A \quad \text{o} \quad A \ni h$$

que se lee ‘h pertenece a A’.

También puede darse el caso que un elemento no se encuentre en el conjunto como lo sería, en este caso, alguna letra griega. Para esto usaremos el símbolo \notin que puede usarse como:

$$\alpha \notin A$$

Es decir, alpha no pertenece a A.

Finalmente, para la contención de conjuntos, que es cuando todos los elementos de un conjunto A también pertenecen a otro B , se usará el símbolo \subseteq o \supseteq .

Por ejemplo, los números naturales están contenidos en los números reales, entonces, sea \mathbf{N} el conjunto de los números naturales y \mathbf{R} el conjunto de los números reales, se tiene que:

$$\mathbf{N} \subseteq \mathbf{R} \quad \text{o} \quad \mathbf{R} \supseteq \mathbf{N}$$

Si sabemos que un conjunto A está contenido propiamente, es decir, que todos sus elementos pertenecen a otro conjunto B pero no todos los elementos de B están en A , usaremos los símbolos \subset , \subsetneq , \supset y \supsetneq .

De hecho, los naturales están contenidos propiamente en los reales, entonces podemos escribir:

$$\mathbf{N} \subset \mathbf{R} \quad \text{o} \quad \mathbf{N} \subsetneq \mathbf{R} \quad \text{o} \quad \mathbf{R} \supset \mathbf{N} \quad \text{o} \quad \mathbf{R} \supsetneq \mathbf{N}$$

Y si tenemos dos conjuntos que no compartan ningún elemento se usan los símbolos $\not\subseteq$ o $\not\supseteq$. Por ejemplo, sean \mathbf{I} el conjunto de los números irracionales y \mathbf{Q} el conjunto de los números racionales, entonces:

$$\mathbf{Q} \not\subseteq \mathbf{I} \quad \text{y} \quad \mathbf{I} \not\subseteq \mathbf{Q}$$

o también:

$$\mathbf{Q} \not\supseteq \mathbf{I} \quad \text{y} \quad \mathbf{I} \not\supseteq \mathbf{Q}$$