Discriminante y excentricidad

* Explicaciones
* Fórmulas
* Criterios
* Ejemplos

Arilin's Math World

Discriminante

Para cónicas

Recordemos que todas las cónicas pueden ser representadas por una ecuación cuadrática en dos variables. Dichas ecuaciones se ven así

$$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$$

Lo que hoy nos interesa es poder saber que cónica representa una ecuación dada. Para esto definimos "El discriminante" como.

$$B^2-4AC$$

Y, ¿cómo discrimina? Dependiendo de su valor.

$B^2-4AC<0$ la ecuación es de una elipse (o circunferencia)

$B^2-4AC=0$ la ecuación es de una parábola

$B^2-4AC>0$ la ecuación es de una hipérbola

Ejemplo. Diga qué cónica representan las siguientes ecuaciones:

a) $5x^2 + 2xy + 3y^2 + 5y - 3 = 0$

b) $7xy - 2 = 0$

c) $x^2 + 2xy - y = 0$

d) $2x^2 - 2xy - y^2 + 2y = 0$

e) $y^2 - x + 1 = 0$

f) $x^2 - 2xy + y^2 - x + 1 = 0$

Respuestas →

Ejemplo. Diga qué cónica representan las siguientes ecuaciones:

$B^2 - 4AC$

a) $\overset{A}{5}x^2 + \overset{B}{2}xy + \overset{C}{3}y^2 + 5y - 3 = 0$

$2^2 - 4(5)(3) = 4 - 60 = -56 \rightarrow$ Elipse

b) $\overset{B}{7}xy - 2 = 0$

$B^2 - 4AC = 7^2 = 49 \rightarrow$ Hipérbola

c) $\overset{A}{1}x^2 + \overset{B}{2}xy - y = 0$

$2^2 - 4(1)(0) = 2^2 = 4 \rightarrow$ Hipérbola

d) $\overset{A}{2}x^2 - \overset{B}{2}xy - \overset{C}{y^2} + 2y = 0$

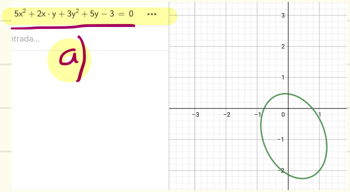
$(-2)^2 - 4(2)(-1) = 4 + 8 =$ Hipérbola

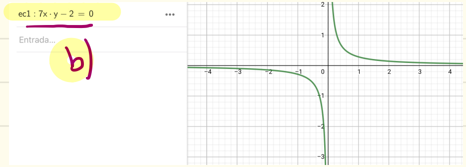
e) $y^2 - x + 1 = 0$

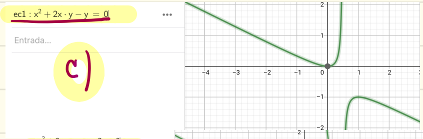
$0^2 - 4(0)(1) = 0 - 0 = 0$ Parábola

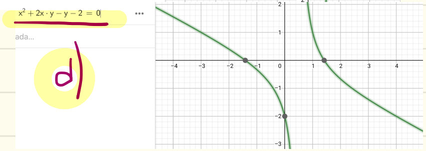
f) $\overset{A}{1}x^2 - \overset{B}{2}xy + \overset{C}{y^2} - x + 1 = 0$

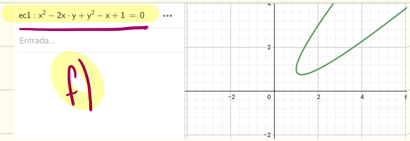
$(-2)^2 - 4(1)(1) = 4 - 4 = 0$ Parabola

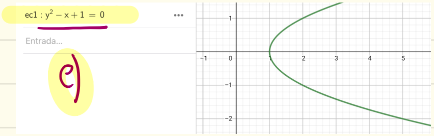






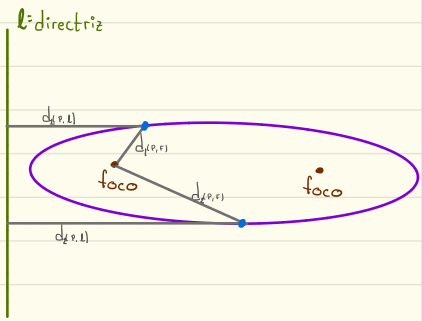




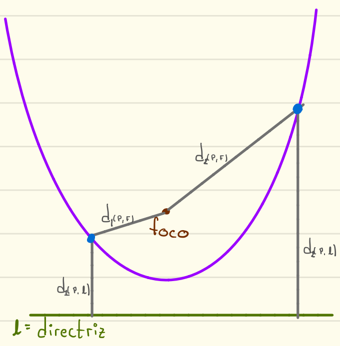


Excentricidad

La razón, proporción, que hay entre las distancias de un punto al foco y ese mismo punto a la recta directriz es lo que se llama excentricidad.



$$e = \frac{d_{(P,F)}}{d_{(P,\ell)}}$$



$$\frac{d_{1(P,F)}}{d_{1(P,\ell)}} = \frac{d_{2(P,F)}}{d_{2(P,\ell)}} = e$$

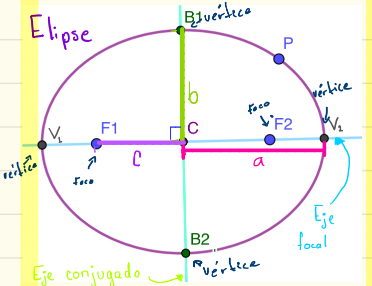
Fórmula para la **Excentricidad** de las cónicas.

$$e = \frac{c}{a}$$

c distancia del centro a un foco

a distancia del centro a un vértice del eje focal

Elipse

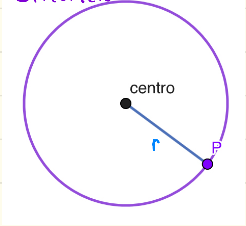


Como los focos de la elipce siempre estan dentro de la elipce $c < a$, por lo tanto

$$e = \frac{c}{a} < 1$$

Si "achatamos" la elipse sus focos se van acercando y al encontrarse coinciden en el centro convirtiendo la elipse en una circunferencia.

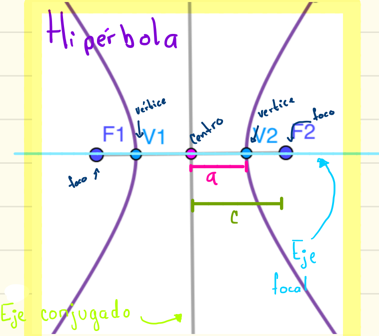
Circunferencia



Como en la circunferencia su centro y foco coinciden podemos pensar que $c=0$, y por tanto

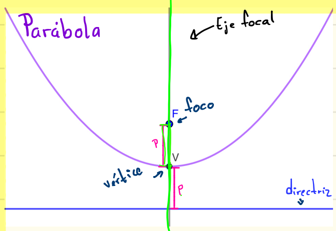
$$e = \frac{c}{a} = 0$$

Hipérbola



En la hipérbola los focos siempre estan más alejados del centro que los vértices, entonces $c > a$, lo que implica $e = \frac{c}{a} > 1$

Parábola



Para la exentricidad de la parábola utilizamos la definición. Como el lugar geométrico de la parábola son los puntos que equidistan del foco y la directriz tenemos que $d_{(P,F)} = d_{(P,\text{directriz})}$ y por lo tanto

$$e = \frac{d_{(P,F)}}{d_{(P,\text{directriz})}} = 1$$

- Imágenes creadas con Bitmoji y gráficas con GeoGebra

- Notas hechas por Arilín Haro, de Arilin's Math World

- Recuerda visitar:
  * mi canal Arilin's Math y
  * mi grupo de Facebook Arilin's Math World.