Matrices

Notación

¿Qué son?

$$\begin{pmatrix} 7 & 4 & 0 & -1 \\ -9 & -1 & 1 & 10 \\ 3 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

$M_n(D)$

Matrices

¿Qué son?

Una matriz es un arreglo bidimensional de elementos, usualmente números

Veamos unos ejemplos para que esta definición tome sentido.

Segunda dimensión (n)

4 columnas → $n=4$

Primer dimensión (m)

3 renglones → $m=3$

$$\begin{pmatrix} 7 & 4 & 0 & -1 \\ -9 & -1 & 1 & 10 \\ 3 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

Segunda dimensión (n)

2 columnas → $n=2$

Primer dimensión (m)

1 renglón → $m=1$

$$(3, 4)$$

Notemos que cada matriz tiene dos dimensiones, la primera corresponde a los renglones y la segunda a las columnas.

Diremos que una matriz es de tamaño mxn "m por n" cuando tenga m renglones y n columnas.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad m=2, \; n=2$$

$$B = \begin{pmatrix} 7 & 9 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & 3 & 4 & -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad m=2, \; n=5$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 \\ \pi \\ 1 \\ 0 \\ e \\ 8 \end{pmatrix} \quad m=6, \; n=1$$

La notación que usamos para las matrices es la siguiente:

$$\mathcal{M}_{m \times n}(D)$$

M cursiva de matriz

Tamaño de las matrices

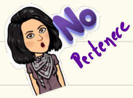
Conjunto al que pertenecen las entradas de la matriz

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z})$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ \pi \\ 1 \\ 0 \\ e \\ 8 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{6\times 1}(\mathbb{R})$$

$$\notin \mathcal{M}_{6\times 1}(\mathbb{Z})$$

pues $\pi, e \notin \mathbb{Z}$



$$\begin{pmatrix} 7 & 9 & 0 & 1 & -5 \\ 0 & 3 & 4 & -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2\times 5}(\mathbb{Q})$$

En caso de qué una matriz sea de tamaño m por n con m=n, diremos que la matriz es cuadrada. Denotamos al conjunto de matrices cuadradas de n renglones y n columnas, cuyas entradas pertenecen al conjunto D como:

$$M_n(D)$$

Notación:

Cuándo queremos definir una matriz A a partir de sus entradas utilizamos la notación

$$A=(a_{ij}) \quad \text{ó} \quad A=a_{ij}$$

Dónde a_{ij} se refiere a la entrada que está en el renglón i y la columna j.

Por ejemplo consideremos la matriz A, como a continuación

$$A=\begin{pmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Entonces

$a_{11}=5 \quad a_{12}=3 \quad a_{13}=7$ Renglón 1

$a_{21}=2 \quad a_{22}=1 \quad a_{23}=4$ Renglón 2

Columna 1 Columna 2 Columna 3

Definimos la diagonal de una matriz cuadrada como las entradas de la forma a_{ii}

Ejemplos:

a_{11}

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 7 & 0 \\ -4 & 3 & 7 \\ 9 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

a_{22} a_{33}

b_{11} b_{22}

$$B=\begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

b_{33} b_{44}

c_{11}

$$C=(3)$$

Tipos de matrices

cuadradas

Matriz diagonal

Tiene ceros en todas las entradas que no pertenecen a la diagonal

$a_{ij} = 0 \quad \forall\ i \neq j$

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Matriz identidad

Todos los elementos en la diagonal son el numero 1. Todos los elementos fuera de la diagonal son cero.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

$I_1 = (1) \qquad I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Matriz triangular

Todos los elementos debajo de la diagonal son cero.

$a_{ij} = 0 \quad \forall\ i > j$

$a_{14} \quad i<j$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$a_{41} \quad i>j$

Matriz triangular inferior

Todos los elementos encima de la diagonal son cero.

$a_{ij} = 0 \quad \forall\ i < j$

$a_{12} \quad i<j$

$$\begin{pmatrix} -10 & 0 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$$

- Imágenes creadas con Bitmoji.

- Notas hechas por Arilín Haro, de Arilin's Math World

- Recuerda visitar:
  * mi canal Arilin's Math y
  * mi grupo de Facebook Arilin's Math World.