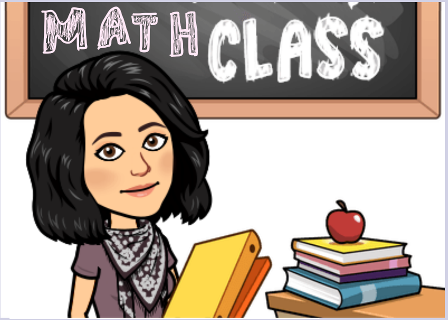
# Conjuntos 2




## Operaciones con conjuntos

~ Unión

~ Intersección

~ Diferencia

~ Diferencia simétrica

~ Complemento

Arilin's Math World

# Unión ($\cup$)

**Definición:**

Sean A y B dos conjuntos, definimos la unión de A y B (ó A unión B) como el conjunto de elementos que pertenecen al menos a uno de los dos conjuntos. Este conjunto se denota como AUB.

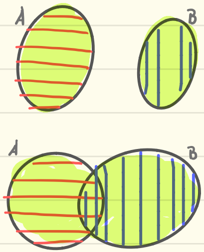
A ≡

B |||

AUB

Caso 1

Caso 2




También podemos definir AUB utilizando notación de conjuntos:

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ ó } x \in B \}$$
$$= \{ x \mid x \in A \vee x \in B \}$$

## Ejemplos:

1) Sean $A = \{1, 2\}$ y $B = \{0, 1\}$
entonces $A \cup B = \{0, 1, 2\}$

2) Sean $A = \{-12, -3, -1\}$ y $B = \{-3\}$
entonces $A \cup B = \{-12, -3, -1\}$

3) Sean $A = \{ \heartsuit, ◎, \square, \triangle \}$ y $B = \{ m \}$
entonces $A \cup B = \{ \heartsuit, ◎, \square, \triangle, m \}$

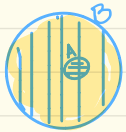
4) Sea $A = \{ n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ es número par} \}$ y
$B = \{ n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ es número impar} \}$
entonces $A \cup B = \{ n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ es par o impar} \} = \mathbb{Z}$

5) Si $A \subseteq B$ entonces $A \cup B = B$

A ≡

B |||

AUB



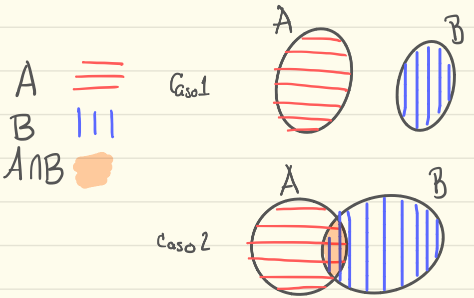
# Intersección ($\cap$)

**Definición:**

Sean A y B dos conjuntos definimos la intersección de A y B, denotada por $A \cap B$, como el conjunto de elementos que están en A y también están en B.

En otras palabras , podríamos decir que A B son los elementos que comparten A B.
En notación de conjuntos sería:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \in B\}$$
$$= \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$




Caso 1 $A \cap B = \emptyset$
No tienen nada en común

## Ejemplos:

1) Sean $A = \{1, 2\}$ y $B = \{0, 1\}$
entonces $A \cap B = \{1\}$

2) Sean $A = \{-12, -3, -1\}$ y $B = \{-3\}$
entonces $A \cap B = \{-3\}$

3) Sean $A = \{\heartsuit, ◎, \square, \Delta\}$ y $B = \{m\}$
entonces $A \cap B = \emptyset$

4) Sea $A = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ es número par}\}$ y
$B = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ es número impar}\}$
entonces $A \cap B = \emptyset$ pues no hay enteros que sean par e impar a la vez.

5) Si $A \subseteq B$ entonces $A \cap B = A$

# Diferencia $(-,\ \setminus)$

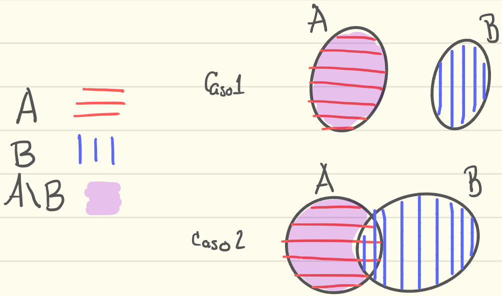
**Definición:**

Sean A y B conjuntos. Definimos la diferencia de A menos B, A-B ó A\B, como el conjunto que contiene a los elementos de A que no están en B.

Usando notación de conjunto tenemos:

$A\setminus B = \{x \mid x\in A \text{ y } x\notin B\}$ o bien

$\quad = \{x\in A \mid x\notin B\}$




## Ejemplos:

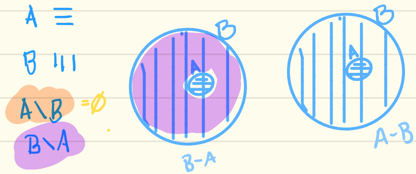
1) Sean $A=\{1,2\}$ y $B=\{0,1\}$ entonces $A\setminus B=\{2\}$ y $B\setminus A=\{0\}$

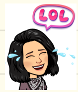
2) Sean $A=\{-12,-3,-1\}$ y $B=\{-3\}$ entonces $A\setminus B=\{-12,-1\}$ y $B\setminus A=\emptyset$

3) Sean $A=\{\heartsuit, ◎, \square, \Delta\}$ y $B=\{m\}$ entonces $A\setminus B = A$ y $B\setminus A=B$

4) Sea $A=\{n\in\mathbb{Z} \mid n \text{ es número par}\}$ y $B=\{n\in\mathbb{Z} \mid n \text{ es número impar}\}$ entonces $A\setminus B = A$ y $B\setminus A=B$

5) Si $A\subseteq B$ entonces $A\setminus B=\emptyset$




$B\setminus A = B\setminus A$

# Diferencia simétrica ($\Delta$)

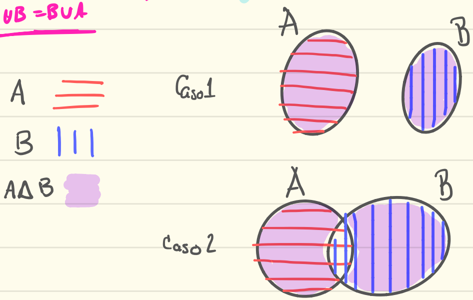
**Definición:**
Sean $A$ y $B$ conjuntos. Definimos la **diferencia simétrica de $A$ y $B$, $A \Delta B$,** como el conjunto que contiene a los elementos de $A$ que no están en $B$ y a los elementos de $B$ que no están en $A$.

También podemos decir que $A \Delta B$ es el conjunto de elementos que sólo están en uno de los conjuntos.

Usando notación de conjunto tenemos:

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (B \setminus A) \cup (A \setminus B) = B \Delta A$$

$A \cup B = B \cup A$




**Ejemplos:**

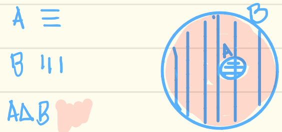
1) Sean $A = \{1, 2\}$ y $B = \{0, 1\}$
entonces $A \Delta B = \{0, 2\}$

2) Sean $A = \{-12, -3, -1\}$ y $B = \{-3\}$
entonces $A \Delta B = \{-12, -1\}$

3) Sean $A = \{ ♡, ◎, □, \Delta \}$ y $B = \{ m \}$
entonces $A \Delta B = \{ ♡, ◎, □, \Delta, m \}$
$= A \cup B$

4) Sea $A = \{ n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ es número par} \}$ y
$B = \{ n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ es número impar} \}$
entonces $A \Delta B = A \cup B = \mathbb{Z}$

5) Si $A \subseteq B$ entonces $A \Delta B = B \setminus A$



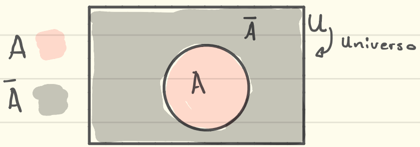
# Complemento ($^-$, $^c$)

**Definición:**
Sea A un conjunto que a su vez está contenido en un "conjunto universo", U. Definimos el complemento de A como el conjunto de elementos de U que no pertenecen a A. El complemento de A se denota con $\overline{A}$, o bien $A^c$.

En notación de conjuntos sería:

$$\overline{A} = \{x \in U \mid x \notin A\} = U \setminus A$$

Con diagrama de Venn tendríamos




**Ejemplo 1** Consideremos $U = \mathbb{Z}$, los números enteros, y sea $A = 2\mathbb{Z}$ el conjunto de números pares.
Entonces $\overline{A} = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \notin A\} = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ no es par}\}$
$= \{n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ es impar}\}$

**Ejemplo 2.** Consideremos $U = \mathbb{R}$ los números reales, y sea A el conjunto de números mayores que 5.
Entonces $\overline{A} = \{\text{números que NO son mayores que } 5\}$
$= \{\text{números menores o igual a } 5\}$
$= \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 5\}$

**Ejemplo 3.** Considera los siguientes conjuntos
$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$,
$A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{2, 4, 6\}$.
Entonces

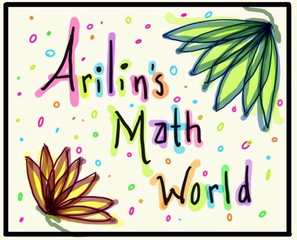
- $\overline{A} = \{4, 5, 6, 7\}$
- $\overline{B} = \{1, 3, 5, 7\}$
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$
- $\overline{A \cup B} = \{5, 7\}$
- $\overline{\overline{A}} = \{1, 2, 3\}$
- $A \cap B = \{2\}$
- $\overline{A \cap B} = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- $\overline{A} \cup \overline{B} = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- $\overline{A} \cap \overline{B} = \{5, 7\}$
- $\overline{U} = \{x \in U \mid x \notin U\} = \emptyset$

De aquí podemos notar que:

- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
- $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
- $\overline{\overline{A}} = A$
- $\overline{U} = \emptyset$
- $\overline{\emptyset} = U$

## Referencias

- Imágenes creadas con Bitmoji
- Notas hechas por Arilin, de Arilin's Math World

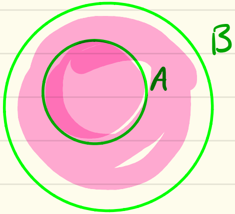


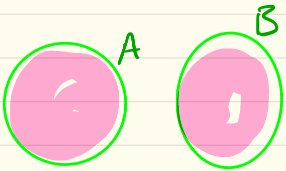

Rayones que hice en clase con mis alumnos, no te asustes

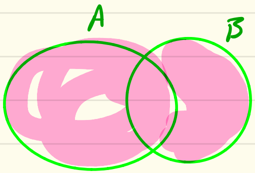
# Unión

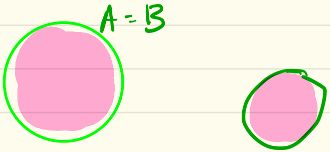
$A \cup A = A$

$A \cup \emptyset = A$



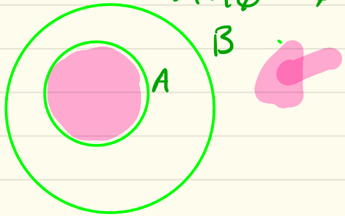



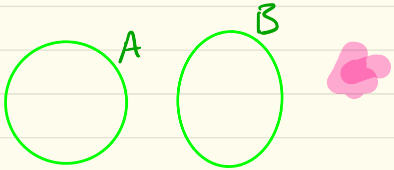



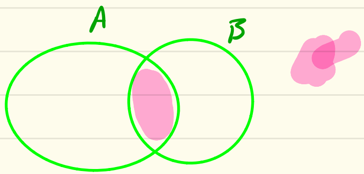

# Intersección

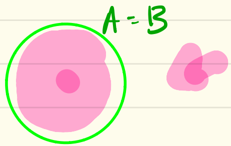
$A \cap A = A$

$A \cap \emptyset = \emptyset$

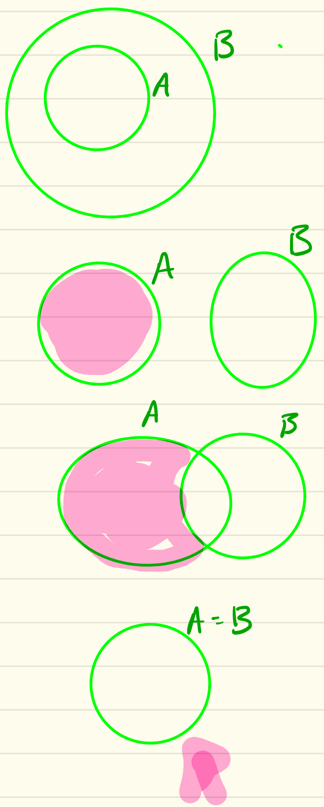


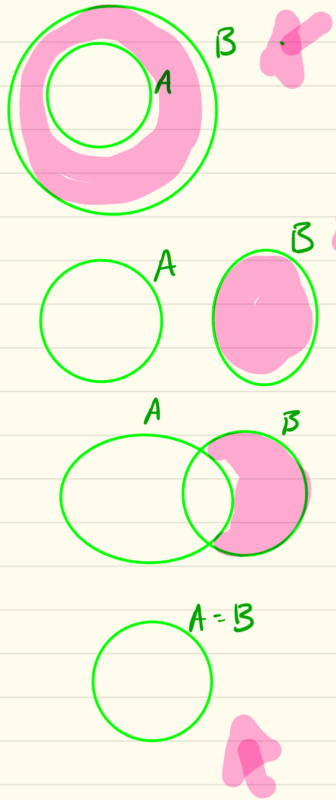



## A - B




## B - A




In general $B - A \neq A - B$

$A$ = números pares ¿$A^c$?

antes de responder quien es $A^c$

hay que ¿? preguntar quien es $\mathcal{U}$.

* Si $\mathcal{U} = \mathbb{Z}$

$A^c$ = números impares

* Si $\mathcal{U} = \mathbb{R}$

Nota

$\forall$ significa "para todo"

$$A^c = \mathbb{R} - A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \notin A\}$$

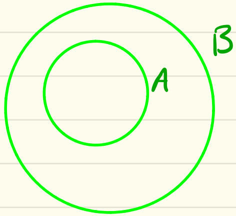
$$= \{x \in \mathbb{R} \mid \underline{x \neq 2z \quad \forall z \in \mathbb{Z}}\}$$

x ≠ 2z para toda z en los enteros

Números complejos

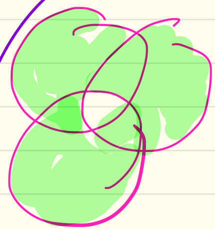
Si - $\mathcal{U} = \mathbb{C}$

$$= \{x \in \mathbb{C} \mid x \neq 2z \quad \forall z \in \mathbb{Z}\}$$

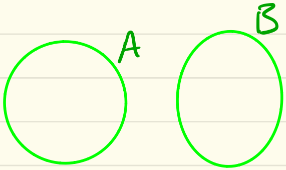


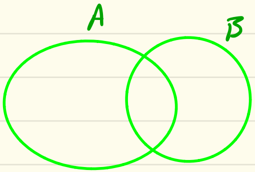

$$A \Delta B = B \Delta A$$

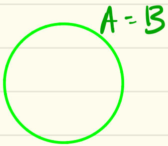
Si

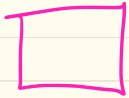


$(A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$



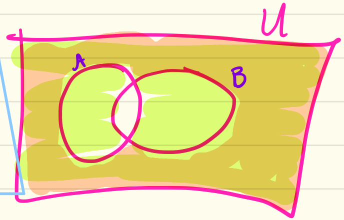



$\emptyset^c = U$

$U^c = U - U = \emptyset$




$(A \cap B)^c - (U - A \cup B)$

Si a lo verde le quito lo naranja me queda $A \Delta B$ ✓

$(A \cap B)^c - (A \cup B)^c = A \Delta B$