Demostración de bicondicionales

Arilin's Math World

Demostración de bicondicionales

Para demostrar un "si solo si" tenemos dos opciones:

1) Proceder con puras equivalencias, por ejemplo definiciones, igualdades o proposiciones bicondicionales que ya han sido demostradas.

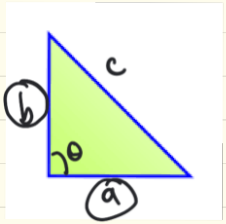
$$P \leftrightarrow R_1 \leftrightarrow R_2 \leftrightarrow \cdots \leftrightarrow R_n \leftrightarrow Q$$

2) Hacer una demostración para la implicación y posteriormente hacer una demostración para el recíproco. $P \leftrightarrow Q$ es equivalente a $(P \to Q) \wedge (Q \to P)$

Demuestra $P \to Q$ y demuestra $Q \to P$. Concluye $P \leftrightarrow Q$.

Ejemplo usando puras equivalencias, si sólo si.

Ej. Use ley de cosenos para mostrar que el triángulo es rectángulo sii $a^2+b^2=c^2$.



Dem: Por ley de cosenos $a^2+b^2=c^2-2ab\cos\theta$.

Luego

$a^2+b^2=c^2$ sii $2ab\cos\theta=0$

sii $\cos\theta=0$

sii $\theta=90^\circ$

sii el triángulo es rectángulo. ∎

P → Q

La paridad de un número entero se refiere a que sea un número par o impar.

Ejemplos de paridad de números:

7 es impar

10001 es impar

1112 es par

0 es par

Ejemplo: Sean $m, n \in \mathbb{Z}$. Entonces m y n tienen la misma paridad (P) si y sólo si m^2+n^2 es par (Q).

Dem: i) Supongamos que m y n tienen la misma paridad. Tenemos dos casos.

a) Si ambos m y n son pares, entonces $m=2k$ y $n=2j$ para ciertos $k, j \in \mathbb{Z}$. Luego $m^2+n^2=(2k)^2+(2j)^2=4k^2+4j^2=2(\underline{2k^2+2j^2})$. Por lo tanto m^2+n^2 es par.

b) Si ambos m y n son impares, entonces $m=2k+1$ y $n=2j+1$ para ciertos $k, j \in \mathbb{Z}$. Luego $m^2+n^2=(2k+1)^2+(2j+1)^2$

$$= 2(\underline{2k^2+2k+2j^2+2j+1})$$

Por lo tanto m^2+n^2 es par.

Q → P

ii) Supongamos que m^2+n^2 es par. Tenemos dos casos.

a) Si m es par, entonces m^2 es par. Como m^2+n^2 es par y m^2 es par, entonces $n^2=(m^2+n^2)-m^2$ es par. Luego, n es par. Así que m y n tienen la misma paridad.

b) Si m es impar, entonces m^2 es impar. Como m^2+n^2 es par y m^2 es impar, entonces $n^2=(m^2+n^2)-m^2$ es impar. Luego n es impar. Así que m y n tienen la misma paridad. ∎

- Imágenes creadas con Bitmoji.

- Notas hechas por Arilín Haro, de Arilin's Math World.

- Notas basadas en el video de Luis Jorge Sánchez Saldaña, puedes visitar su canal https://www.youtube.com/channel/UCmF6r_udwPhwlkyAocDykWw

- Recuerda visitar:
  * mi canal Arilin's Math y
  * mi grupo de Facebook Arilin's Math World.