Demostración **Contrapositiva**

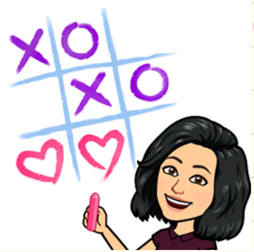
$$P \to Q \equiv \neg Q \to \neg P$$

Arilin's Math World

Demostrar $P \to Q$ por contrapositiva

Para usar este método de demostración hay que recordar que la implicación $P \to Q$ es equivalente a $\neg Q \to \neg P$.

Así en vez de proceder directamente con $P \to Q$ vamos a demostrar $\neg Q \to \neg P$.



Pasos para hacer una demostración utilizando contrapositiva.

1) Reconocer quién es P y quién es Q.
2) Formular la negación de P y la negación de Q.
3) Demostrar $\neg Q \to \neg P$ como si estuviéramos en demostración directa. En este caso particular partiremos de asumir que $\neg Q$ es verdadera para llegar a concluir que $\neg P$ debe ser verdadera.

Ejemplo

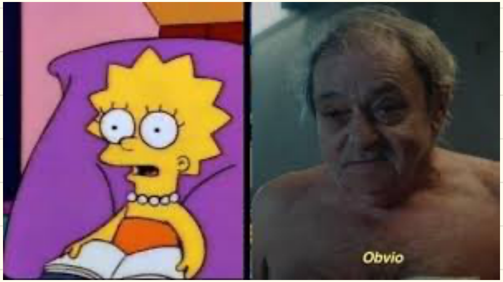
Sean $x, y \in \mathbb{R}$ tales que $x<2y$. Demuestre que si $\overset{P}{7xy \le 3x^2+2y^2}$, entonces $\overset{Q}{3x \le y}$.

Dem: Supongamos que $x, y \in \mathbb{R}$ tales que $x<2y$. Supongamos que $\underset{\neg Q}{3x>y}$. Entonces $2y-x>0$ y $3x-y>0$. Luego

$$(2y-x)(3x-y)=7xy-3x^2-2y^2>0.$$

Así que

$$\underset{\neg P}{7xy>3x^2+2y^2} \quad \blacksquare$$



Ejemplo.

Demostrar el siguiente enunciado.

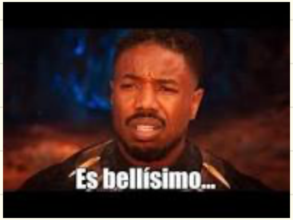
P Q

Sea $m \in \mathbb{Z}$. Demuestre que si $\boxed{m^2 \text{ es par}}$, entonces $\boxed{m \text{ es par}}$.

$\neg Q$

<u>Dem:</u> Supongamos que $\boxed{m \text{ no es par}}$. Entonces m es impar, así que existe $n \in \mathbb{Z}$ tal que $m = 2n+1$. Luego $m^2 = (2n+1)^2 = 4n^2 + 4n + 1 = 2(2n^2+2n)+1$, como $2n^2+2n \in \mathbb{Z}$, concluimos que m^2 es impar. Por lo tanto $\boxed{m^2 \text{ no es par}}$. ∎

$\neg P$



- Imágenes creadas con Bitmoji.

- Notas hechas por Arilín Haro, de Arilin's Math World.

- Notas basadas en el video de Luis Jorge Sánchez Saldaña, puedes visitar su canal https://www.youtube.com/channel/UCmF6r_udwPhwlkyAocDykWw

- Recuerda visitar:
  * mi canal Arilin's Math y
  * mi grupo de Facebook Arilin's Math World.